è dovunque costante, negativa ed eguale a ^ . La forma di quest'espressione, ben ché meno semplice di quella d'altre espressioni equivalenti che si potrebbero ottenere introducendo altre variabili, ha il particolare vantaggio (assai rilevante per lo scopo nostro) che ogni equazione lineare rispetto ad *u, v* rappresenta una linea geodetica, e che, reciprocamente, ogni linea geodetica è rappresentata da un'equazione lineare fra quelle variabili (Veggasi la Nota I in fine).

In particolare anche i due sistemi coordinati *u* = cost, *v* = cost. sono formati di linee geodetiche, delle quali è facile riconoscere la mutua disposizione! Infatti chiamando 6 l'angolo delle due curve coordinate nel punto *(u,* i>), si ha

(2) cos'i = *uv* / 2 22 , senti = *a i a* — « — *v* / 2 * 2 *

quindi tanto per «• = o, quanto per *v = o* si ha 6 = 90°. Dunque le geodetiche componenti il sistema *u =•* cost. sono tutte ortogonali alla geodetica *v* — o dell'altro sistema, e le geodetiche del sistema *v =* cost. sono tutte ortogonali alla geodetica *u = o* dell'altro sistema. Vale a dire : nel punto *(u = v =* o) concorrono due geodetiche ortogonali fra loro *u =* o, *v* — o, che diremo *fondamentali,* e ciascun punto della superficie viene individuato come intersezione di due geodetiche condotte per esso perpendicolarmente alle due fondamentali; ciò che costituisce una evidente generalizzazione dell'ordinario metodo cartesiano.

Le forinole (2) fanno vedere che i valori ammissibili per le variabili *u, v* sono limitati dalla relazione

(3) $«^2 + v* \wedge a|$

Eatro questi limili le funzioni *E, F, G* sono reali, monodrome, continue e finite, e le £, G, *EG* — F^2 sono inoltre positive e differenti da zero. Dunque, per quel che abbiamo stabilito al principio della Memoria *Delle variabili complesse in una superficie qualunque* *), la porzione di superficie terminata al contorno d'equazione

(4) $«^a + v^2 = a^2$,

è semplicemente connessa, ed il reticolo formato su di essa dalle geodetiche coordinate presenta intorno a ciascun punto il carattere di quello formato da due sistemi di rette parallele su di un piano, cioè : due geodetiche di eguai sistema non hanno mai alcun punto comune, e due geodetiche -di sistema diverso non sono mai fra loro

tangenti. Ne consegue che, sulla regione considerata, a ciascuna coppia di valori reali delle *u, v*

*) Annali di Matematica (seconda serie), t. I (1867), pag. 329; oppure queste OPERE, pag. 318.